Notations utilisées dans ce memento

- $\forall i$: $\mathcal{B}_i = (\overrightarrow{x_i}, \overrightarrow{y_i}, \overrightarrow{z_i})$ base orthonormée directe ;
  S_i, ou plus simplement **i**, solide de repère lié $\mathcal{R}_i = (Q_i, \overrightarrow{x_i}, \overrightarrow{y_i}, \overrightarrow{z_i})$ avec Q_i point fixe de S_i, G_i son centre d'inertie et m_i sa masse.

Généralités

- $\exists!\ \ \overrightarrow{\Omega}_{1/0}\ \ tq.\ \ \forall \overrightarrow{A}$ $\boxed{\dfrac{d\ \overrightarrow{A}}{dt}|_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{d\ \overrightarrow{A}}{dt}|_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{A}}$ ($\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$: vecteur vitesse de rotation de $\mathcal{R}_\mathbf{1} / \mathcal{R}_\mathbf{0}$)
  - Propriétés : $\overrightarrow{\Omega}_{1/0} = -\overrightarrow{\Omega}_{0/1} = \overrightarrow{\Omega}_{1/2} + \overrightarrow{\Omega}_{2/0}$
- Si : $\mathcal{B}_\mathbf{0} \xrightarrow[\text{et d'axe } \overrightarrow{k_i} \text{ (vecteur de base commun à } \mathcal{B}_\mathbf{i-1} \text{ et } \mathcal{B}_\mathbf{i})]{n \text{ rotations d'angle } \theta_i \text{ (orienté de } \mathcal{B}_\mathbf{i-1} \text{ vers } \mathcal{B}_\mathbf{i})} \mathcal{B}_\mathbf{n}$ alors $\boxed{\overrightarrow{\Omega}_{n/0} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{\Omega}_{i/i-1} = \sum_{i=1}^{n} \dot{\theta}_i\ \overrightarrow{k_i}}$
- Si la solution $\overrightarrow{X}$ de $\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{X} = \overrightarrow{B}$ existe : $\overrightarrow{X} = -\dfrac{\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{B}}{\| \overrightarrow{A} \|^2} + \lambda\, \overrightarrow{A} \qquad \forall\, \lambda$

Cinématique

- Vitesse absolue de $M\ /\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\overrightarrow{V}(M/0) = \frac{d\ \overrightarrow{Q_0 M}}{dt}|_{\mathcal{R}_0} \qquad \forall\, Q_0 \in \mathcal{R}_\mathbf{0}}$$

- Vitesse d'entraînement en M de **1** $/\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\overrightarrow{V}(M \in 1/0) = \overrightarrow{V}(Q \in 1/0) + \overrightarrow{MQ} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \qquad \forall\, Q}$$

  - Propriétés :

$$\boxed{\overrightarrow{V}(M \in 1/0) = -\overrightarrow{V}(M \in 0/1)} \qquad \boxed{\overrightarrow{V}(M \in 1/0) = \overrightarrow{V}(M \in 1/i) + \overrightarrow{V}(M \in i/0) \qquad \forall\, \mathbf{i}}$$

  - Définition : à tout instant, le champ des vitesses des points de **1** en mouvement par rapport à $\mathcal{R}_\mathbf{0}$ est un torseur, appelé ***torseur distributeur des vitesses*** ou ***torseur cinématique*** :

$$\left\{ \mathcal{V}_{\ 1/0} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \\ \\ \overrightarrow{V}(M \in 1/0) \end{array} \right\}_\mathbf{M}$$

  - Propriétés :

$$\boxed{\left\{ \mathcal{V}_{\ 1/0} \right\} = -\left\{ \mathcal{V}_{\ 0/1} \right\}} \qquad \boxed{\left\{ \mathcal{V}_{\ 1/0} \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{\ 1/i} \right\} + \left\{ \mathcal{V}_{\ i/0} \right\} \qquad \forall\, \mathbf{i}}$$

- Accélération absolue de $M\ /\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma}(M/0) = \frac{d\ \overrightarrow{V}(M/0)}{dt}|_{\mathcal{R}_0}}$$

- Cas des mouvements plan sur plan $\mathcal{R}_\mathbf{1}/\mathcal{R}_\mathbf{0}$:
  - Définition : $\exists\, \Pi$ tq. $\forall\, M$, $\overrightarrow{V}(M \in 1/0) \,//\, \Pi$
  - Propriété : $\overrightarrow{\Omega}_{1/0} \perp \Pi$ (ou $\overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \overrightarrow{0}$)

Actions mécaniques, contact entre solides

- ***Torseur des actions mécaniques*** en M de **1** sur **0** :

$$\left\{1 \rightarrow 0\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\mathscr{F}}(1 \rightarrow 0) \\ \\ \overrightarrow{\mathscr{M}}_M(1 \rightarrow 0) \end{array} \right\}_{\mathbf{M}}$$

  – Propriété :

$$\boxed{\left\{1 \rightarrow 0\right\} = -\left\{0 \rightarrow 1\right\}} \qquad \text{(principe des actions mutuelles)}$$

- Soit P un point de la surface de contact entre les solides **1** et **2**, $\overrightarrow{n_P}$ vecteur unitaire et normal au plan Π tangent en P aux deux surfaces en contact. On appelle :
  – Vecteur vitesse de pivotement de **2/1** : $\overrightarrow{\Omega}^n_{2/1} = (\overrightarrow{\Omega}_{2/1} \cdot \overrightarrow{n_P})\, \overrightarrow{n_P}$
  – Vecteur vitesse de roulement de **2/1** : $\overrightarrow{\Omega}^t_{2/1} = \overrightarrow{\Omega}_{2/1} - \overrightarrow{\Omega}^n_{2/1}$
  – Vecteur vitesse de glissement en P de **2/1** : $\overrightarrow{\mathcal{G}}(P \in 2/1) = \overrightarrow{V}(P \in 2/1)$

  $\overrightarrow{\mathcal{G}}(P \in 2/1) \perp \overrightarrow{n_P}$ $\qquad$ $\overrightarrow{\mathcal{G}}(P \in 2/1) = 0$ **en cas de non-glissement**

- Lois de Coulomb, frottement sec
  – si il y a non-glissement ou **adhérence** au point P de la surface de contact **2/1** :

    Norme : $\| \overrightarrow{\mathsf{f}^t_P}(1 \rightarrow 2) \| \leq f_0 \, \| \overrightarrow{\mathsf{f}^n_P}(1 \rightarrow 2) \|$ $\qquad$ $\overrightarrow{\mathsf{f}_P}(1 \rightarrow 2)$ est « à l'intérieur » du cône d'adhérence

  – si il y a **glissement** au point P de la surface de contact **2/1** :

    Direction : $\overrightarrow{\mathsf{f}^t_P}(1 \rightarrow 2) \wedge \overrightarrow{V}(P \in 2/1) = \overrightarrow{0}$

    Sens : $\overrightarrow{\mathsf{f}^t_P}(1 \rightarrow 2) \cdot \overrightarrow{V}(P \in 2/1) < 0$

    Norme : $\| \overrightarrow{\mathsf{f}^t_P}(1 \rightarrow 2) \| = f \, \| \overrightarrow{\mathsf{f}^n_P}(1 \rightarrow 2) \|$ $\qquad$ $\overrightarrow{\mathsf{f}_P}(1 \rightarrow 2)$ est « sur » le cône de frottement

  On distingue rarement en pratique le coefficient d'adhérence f_0 du coefficient de frottement f.

Centre et matrice d'inertie d'un solide

- Le centre d'inertie G_1 d'un ensemble matériel E_1 de masse m_1 est définie par :

$$\forall Q : \qquad m_1 \, \overrightarrow{QG_1} = \int_{P \in E_1} \overrightarrow{QP} \, dm$$

- Opérateur d'inertie du solide **1** au point Q_1 :

$$\overrightarrow{u} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{J}}_{Q_1}(1, \overrightarrow{u}) = \left[\mathcal{I}_{Q_1}(1)\right] \overrightarrow{u} = \int_{P \in \mathbf{1}} \overrightarrow{Q_1P} \wedge (\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{Q_1P}) \, dm_{(P)}$$

- Moment d'inertie de **1** par rapport à un axe $\Delta = (Q_1, \overrightarrow{i})$ ($\overrightarrow{i}$ unitaire) :

$$I_\Delta = \overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{\mathcal{J}}_{Q_1}(1, \overrightarrow{i})$$

- $\left[\mathcal{I}_{Q_1}(1)\right]$ la matrice d'inertie de **1** au point Q_1 exprimée dans une base $\mathcal{B}_1 = (\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$:

$$\left[\mathcal{I}_{Q_1}(1)\right] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{Q_1}^{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{\mathcal{J}}_{Q_1}(1,\vec{x_1}) \qquad \vec{\mathcal{J}}_{Q_1}(1,\vec{y_1}) \qquad \vec{\mathcal{J}}_{Q_1}(1,\vec{z_1})$$

avec, si $\overrightarrow{Q_1P} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}_{\mathcal{B}_1}$
$$\left\{ \begin{array}{ll} A = \int\limits_{P\in\mathbf{1}} (y^2+z^2)\, dm_{(P)} & D = \int\limits_{P\in\mathbf{1}} y\,z\, dm_{(P)} \\ B = \int\limits_{P\in\mathbf{1}} (x^2+z^2)\, dm_{(P)} & E = \int\limits_{P\in\mathbf{1}} x\,z\, dm_{(P)} \\ C = \int\limits_{P\in\mathbf{1}} (x^2+y^2)\, dm_{(P)} & F = \int\limits_{P\in\mathbf{1}} x\,y\, dm_{(P)} \end{array} \right.$$

- Simplifications avant calcul de la matrice d'inertie :
  - **symétrie plane**

Plan de symétrie	Simplifications
$(Q_1, \vec{x_1}, \vec{y_1})$	$D = E = 0$
$(Q_1, \vec{x_1}, \vec{z_1})$	$D = F = 0$
$(Q_1, \vec{y_1}, \vec{z_1})$	$E = F = 0$

  - **symétrie axiale**

Axe de symétrie	Simplifications
$(Q_1, \vec{x_1})$	$E = F = 0$
$(Q_1, \vec{y_1})$	$D = F = 0$
$(Q_1, \vec{z_1})$	$D = E = 0$

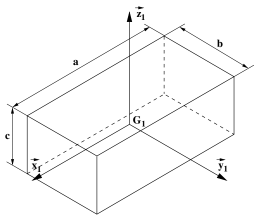
  - **symétrie de révolution**

Axe de symétrie de révolution	Simplifications	La matrice reste inchangée dans *
$(Q_1, \vec{x_1})$	$D = E = F = 0$ et $B = C$	$(\vec{x_1}, -, -)$
$(Q_1, \vec{y_1})$	$D = E = F = 0$ et $A = C$	$(-, \vec{y_1}, -)$
$(Q_1, \vec{z_1})$	$D = E = F = 0$ et $A = B$	$(-, -, \vec{z_1})$

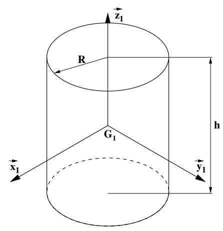
* à ne **jamais** oublier dans les calculs

- Matrices d'inertie les plus courantes

$$\left[\mathcal{I}_{G_1}(\text{s})\right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}\, m_1\,(b^2+c^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}\, m_1\,(a^2+c^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}\, m_1\,(a^2+b^2) \end{bmatrix}_{G_1}^{\mathcal{B}_1}$$



$$\left[\mathcal{I}_{G_1}(\text{s})\right] = \begin{bmatrix} m_1\,(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}) & 0 & 0 \\ 0 & m_1\,(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}) & 0 \\ 0 & 0 & m_1\,\frac{R^2}{2} \end{bmatrix}_{G_1}^{\mathcal{B}_1}$$



- Théorème de Huyghens :

$$\boxed{\left[\mathcal{I}_{M}(1)\right]^{\mathcal{B}_1} = \left[\mathcal{I}_{G_1}(1)\right]^{\mathcal{B}_1} + \left[\mathcal{I}_{M}(\{G_1,m_1\})\right]^{\mathcal{B}_1}}$$

où $\left[\mathcal{I}_{M}(\{G_1,m_1\})\right]^{\mathcal{B}_1} = m_1 \begin{bmatrix} b^2+c^2 & -ab & -ac \\ -ab & a^2+c^2 & -bc \\ -ac & -bc & a^2+b^2 \end{bmatrix}_{M}^{\mathcal{B}_1}$ avec $\overrightarrow{MG_1} = \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}_{\mathcal{B}_1}$

Résultante et moment cinétique

- ***Résultante cinétique*** d'un solide $\mathbf{1}/\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{P}}(1/0) = m_1\,\vec{V}(G_1/0)}$$

- ***Moment cinétique*** en M d'un solide $\mathbf{1}/\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\forall\, M,\quad \forall\, Q \qquad \vec{\sigma}_M(1/0) = \vec{\sigma}_Q(1/0) + \overrightarrow{MQ} \wedge m_1\,\vec{V}(G_1/0)}$$

$$\boxed{\text{En un point fixe } Q_1 \text{ de } \mathbf{1} : \qquad \vec{\sigma}_{Q_1}(1/0) = \left[\mathcal{I}_{Q_1}(1)\right]\,\vec{\Omega}_{1/0} + \overrightarrow{Q_1G_1} \wedge m_1\,\vec{V}(Q_{01}/0)}$$

$$\boxed{\text{Au centre d'inertie } G_1 \text{ de } \mathbf{1} : \qquad \vec{\sigma}_{G_1}(1/0) = \left[\mathcal{I}_{G_1}(1)\right]\,\vec{\Omega}_{1/0}}$$

$$\boxed{\text{En un point fixe } Q_{01} \text{ de } \mathbf{0} \text{ et } \mathbf{1} : \qquad \vec{\sigma}_{Q_{01}}(1/0) = \left[\mathcal{I}_{Q_{01}}(1)\right]\,\vec{\Omega}_{1/0}}$$

- ***Torseur cinétique*** en M de $\mathbf{1}\ /\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\left\{\mathcal{C}\ _{1/0}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\mathrm{P}}(1/0) \\ \\ \vec{\sigma}_M(1/0) \end{array}\right\}_{\mathbf{M}}$$

Résultante et moment dynamique

- ***Résultante dynamique*** d'un solide $\mathbf{1}/\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{R}_\mathcal{D}}(1/0) = m_1\,\vec{\Gamma}(G_1/0)}$$

- ***Moment dynamique*** en M d'un solide $\mathbf{1}/\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\forall\, M,\quad \forall\, Q \qquad \vec{\delta}_M(1/0) = \vec{\delta}_Q(1/0) + \overrightarrow{MQ} \wedge m_1\,\vec{\Gamma}(G_1/0)}$$

$$\boxed{\forall\, M \qquad \vec{\delta}_M(1/0) = \frac{d\ \vec{\sigma}_M(1/0)}{dt}\Big|_{\mathcal{R}_0} + \vec{V}(M/0) \wedge m_1\,\vec{V}(G_1/0)}$$

$$\boxed{\text{En un point fixe } Q_1 \text{ de } \mathbf{1} : \qquad \vec{\delta}_{Q_1}(1/0) = \frac{d\left[\mathcal{I}_{Q_1}(1)\right]\,\vec{\Omega}_{1/0}}{dt}\Big|_{\mathcal{R}_0} + \overrightarrow{Q_1G_1} \wedge m_1\,\vec{\Gamma}(Q_{01}/0)}$$

$$\boxed{\text{Au centre d'inertie } G_1 \text{ de } \mathbf{1} : \qquad \vec{\delta}_{G_1}(1/0) = \frac{d\ \vec{\sigma}_{G_1}(1/0)}{dt}\Big|_{\mathcal{R}_0} = \frac{d\left[\mathcal{I}_{G_1}(1)\right]\,\vec{\Omega}_{1/0}}{dt}\Big|_{\mathcal{R}_0}}$$

$$\boxed{\text{En un point fixe } Q_{01} \text{ de } \mathbf{0} \text{ et } \mathbf{1} : \qquad \vec{\delta}_{Q_{01}}(1/0) = \frac{d\ \vec{\sigma}_{Q_{01}}(1/0)}{dt}\Big|_{\mathcal{R}_0} = \frac{d\left[\mathcal{I}_{Q_{01}}(1)\right]\,\vec{\Omega}_{1/0}}{dt}\Big|_{\mathcal{R}_0}}$$

- ***Torseur dynamique*** en M de $\mathbf{1}\ /\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\left\{\mathcal{D}\ _{1/0}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\mathcal{R}_\mathcal{D}}(1/0) \\ \\ \vec{\delta}_M(1/0) \end{array}\right\}_{\mathbf{M}}$$

Énergie cinétique

- ***Énergie cinétique*** d'un solide **1** dans son mouvement par rapport à un repère $\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\mathcal{T}(1/0) = \frac{1}{2}\left\{\mathcal{C}_{\ 1/0}\right\} \times \left\{\mathcal{V}_{\ 1/0}\right\}}$$

G_1 centre d'inertie de **1** : $\mathcal{T}(1/0) = \frac{1}{2}\, m_1 \left[\vec{V}(G_1/0)\right]^2 + \frac{1}{2}\,\vec{\Omega}_{1/0} \cdot \underbrace{\left(\left[\mathcal{I}_{G_1}(1)\right]\vec{\Omega}_{1/0}\right)}_{\vec{\sigma}_{G_1}(1/0)}$

Q_{01} point fixe de **0** et **1** : $\mathcal{T}(1/0) = \frac{1}{2}\,\vec{\Omega}_{1/0} \cdot \underbrace{\left(\left[\mathcal{I}_{Q_{01}}(1)\right]\vec{\Omega}_{1/0}\right)}_{\vec{\sigma}_{Q_{01}}(1/0)}$

- ***Énergie cinétique*** d'un ensemble $\mathcal{S}$ de solides en mouvement par rapport à un repère $\mathcal{R}_\mathbf{0}$:

$$\boxed{\text{Si : } \quad \mathcal{S} = \bigcup_{i=1}^{n} S_i \qquad \mathcal{T}(\mathcal{S}/0) = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{T}(i/0)}$$

Puissance

- Puissance développée par les actions de **1** sur **2**, dans le mouvement de **2** par rapport à un repère $\mathcal{R}_\mathbf{3}$:

$$\boxed{\mathcal{P}(1 \to 2/3) = \left\{1 \to 2\right\} \times \left\{\mathcal{V}_{\ 2/3}\right\}}$$

- Relation :

$$\mathcal{P}(1 \to 2/3) - \mathcal{P}(1 \to 2/4) = \left\{1 \to 2\right\} \times \left\{\mathcal{V}_{\ 4/3}\right\}$$

- Puissance des inter-efforts entre deux solides **1** et **2** :

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{P}(1 \leftrightarrow 2) &= \mathcal{P}(1 \to 2/i) + \mathcal{P}(2 \to 1/i) \qquad \forall\, \boldsymbol{\mathcal{R}_i}\\ &= \left\{1 \to 2\right\} \times \left\{\mathcal{V}_{\ 2/1}\right\}\end{aligned}}$$

Remarque : dans le cas d'une liaison parfaite **1/2** :

$$\mathcal{P}(1 \leftrightarrow 2) = \mathcal{P}(1 \to 2/1) = \mathcal{P}(2 \to 1/2) = 0 \qquad (\textbf{rien d'autre !})$$

Théorèmes et principes généraux

Cas d'un solide :

- ***Principe fondamental de la dynamique*** appliqué au solide **1** dans son mouvement par rapport à un **référentiel galiléen** $\mathcal{R}_\mathbf{g}$:

$$\left\{\bar{1} \to 1\right\} = \left\{\mathcal{D}_{\ 1/g}\right\}$$

Le ***principe fondamental de la statique*** est un cas particulier du principe fondamental de la dynamique pour lequel les caractéristiques du mouvement ou du solide conduisent à $\left\{\mathcal{D}_{\ 1/g}\right\} = \left\{\ 0\ \right\}$.

- ***Théorème de l'énergie cinétique*** appliqué à **1** dans son mouvement par rapport à un **référentiel galiléen** $\mathcal{R}_\mathbf{g}$:

$$\mathcal{P}(\bar{1} \to 1/g) = \frac{d\,\mathcal{T}(1/g)}{dt}$$

Cas d'un ensemble de solides :

- ***Principe fondamental de la dynamique*** appliqué a un ensemble $\mathcal{S}$ de solides en mouvement par rapport à un **référentiel galiléen** $\mathcal{R}_\mathbf{g}$:

$$\left\{\overline{\mathcal{S}} \rightarrow \mathcal{S}\right\} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\mathcal{D}_{\ i/g}\right\} \qquad \text{avec} \quad \mathcal{S} = \bigcup_{i=1}^{n} S_i$$

- ***Théorème de l'énergie cinétique*** appliqué à un ensemble $\mathcal{S}$ de solides dans son mouvement par rapport à un **référentiel galiléen** $\mathcal{R}_\mathbf{g}$:

$$\underbrace{\mathcal{P}(\overline{\mathcal{S}} \rightarrow \mathcal{S}/g)}_{\substack{\text{puissance galiléenne} \\ \text{des efforts extérieurs à } \mathcal{S}}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\mathcal{P}(j \leftrightarrow i)}_{\substack{\text{puissance des inter-efforts} \\ \text{entre les solides de } \mathcal{S}}} = \frac{d\,\mathcal{T}(\mathcal{S}/g)}{dt} \qquad \text{avec} \quad \mathcal{S} = \bigcup_{i=1}^{n} S_i$$

Torseurs

- Tout champs vectoriel équiprojectif est un torseur qui se note au point A :

$$\left\{\mathcal{T}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{R} \\ \\ \overrightarrow{\mathcal{M}_A} \end{array}\right\}_{\mathbf{A}} = \left\{\begin{array}{cc} Rx & M_A x \\ Ry & M_A y \\ Rz & M_A z \end{array}\right\}_{\mathbf{A}}^{\mathcal{B}}$$

- $\overrightarrow{R}$ est la résultante du torseur, $\overrightarrow{\mathcal{M}_A}$ son moment en A. Ils constituent les ***éléments de réduction*** du torseur en A. $\overrightarrow{R}$ est unique et $\forall\, A,B$:

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_B} = \overrightarrow{\mathcal{M}_A} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{R} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}_A} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}_B}$$

- L'***automoment d'un torseur*** est le produit scalaire de ses éléments de réduction :

$$\forall\, A,B : \qquad \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}}_{A} = \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}}_{B}$$

  Propriété : l'automoment d'un torseur est un invariant scalaire.

- Le ***comoment de deux torseurs*** est :

$$\left\{\mathcal{T}_1\right\} \times \left\{\mathcal{T}_2\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{R_1} \\ \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{1A} \end{array}\right\}_{\mathbf{A}} \times \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{R_2} \\ \\ \overrightarrow{\mathcal{M}}_{2B} \end{array}\right\}_{\mathbf{B}} = \overrightarrow{R_1} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}}_{2C} + \overrightarrow{R_2} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}}_{1C} \qquad \forall\, \boldsymbol{C}$$

  Propriété : le comoment de deux torseurs est un invariant scalaire.

- L'***axe central*** du torseur, s'il existe, est l'ensemble des points I tel que :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_I} = \lambda\, \overrightarrow{R} \qquad \lambda \text{ est appelé } \textit{pas du torseur}$$

  L'***axe central*** est alors une droite de vecteur directeur $\overrightarrow{R}$.
  Propriété : le moment du torseur est **minimal** sur son axe central.